



CAPACIDADE PREDITIVA DOS MODELOS DA FAMÍLIA ARCH

PREDICTIVE CAPACITY OF ARCH FAMILY MODELS

CAPACIDAD PREDICTIVA DE LOS MODELOS FAMILIARES ARCH

DOI: <http://dx.doi.org/10.18028/2238-5320/rgfc.v6n1p6-27>

Raphael Silveira Amaro

Mestrando em Administração (UFSM)
Economista da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
Endereço: Pró-Reitoria de Planejamento – Av. Roraima, 1000, Prédio 47, Camobi
97105-900 – Santa Maria/RS, Brasil
Email: raphael.amaro@ufsm.br

Paulo Sergio Ceretta

Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq
Doutor em Engenharia de Produção (UFSC)
Professor Adjunto da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
Endereço: Programa de Pós-Graduação em Administração – Av. Roraima, 1000, Prédio 74C
97105-900 – Santa Maria/RS, Brasil
Email: ceretta10@gmail.com

Kelmara Mendes Vieira

Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq
Doutora em Administração (UFRGS)
Professora Adjunta da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
Endereço: Programa de Pós-Graduação em Administração – Av. Roraima, 1000, Prédio 74C
97105-900 – Santa Maria/RS, Brasil
Email: kelmara@terra.com.br

RESUMO

Nas últimas décadas, um notável número de modelos, variantes da família Autoregressive Conditional Heteroscedastic, foram desenvolvidos e testados empiricamente, tornando extremamente complexo o processo de escolha de um modelo específico. Esta pesquisa busca comparar a capacidade preditiva, utilizando o Model Confidence Set procedure, de cinco modelos de heterocedasticidade condicional, levando em consideração oito diferentes distribuições de probabilidade estatística. As séries financeiras utilizadas referem-se às séries de log-retorno do Índice Bovespa e do Índice Dow Jones Industrial, no período compreendido entre 27 de outubro de 2008 e 30 de dezembro de 2014. As evidências empíricas demonstraram que, em geral, os modelos concorrentes possuem uma grande homogeneidade para realizar previsões, tanto para um mercado acionário de um país desenvolvido quanto para um mercado acionário de um país em desenvolvimento. Depreende-se um resultado equivalente para as diferentes distribuições de probabilidade estatísticas utilizadas.

Palavras-chave: modelos ARCH. Distribuições de probabilidade. Capacidade preditiva.

Recebido em 19.07.2015. Revisado por pares em 26.08.2015. Reformulações em 08.09.2015 e 23.11.2015. Recomendado para publicação em 16.12.2015. Publicado em 07.03.2016



Licensed under a Creative Commons Attribution 3.0 United States License

ABSTRACT

In the last decades, a remarkable number of models, variants from the Autoregressive Conditional Heteroscedastic family, have been developed and empirically tested, making extremely complex the process of choosing a particular model. This research aim to compare the predictive capacity, using the Model Confidence Set procedure, than five conditional heteroskedasticity models, considering eight different statistical probability distributions. The financial series which were used refers to the log-return series of the Bovespa index and the Dow Jones Industrial Index in the period between 27 October 2008 and 30 December 2014. The empirical evidences showed that, in general, competing models have a great homogeneity to make predictions, either for a stock market of a developed country or for a stock market of a developing country. An equivalent result can be inferred for the statistical probability distributions that were used.

Keywords: ARCH models. Probability distributions. Predictive ability.

RESUMEN

En las últimas décadas, un notable número de modelos, variantes de la familia Autoregressive Conditional Heteroscedastic, se han desarrollado y probado empíricamente, haciendo extremadamente complejo el proceso de la elección de un modelo en particular. Esta investigación pretende comparar la capacidad de predicción, mediante el procedimiento Model Confidence Set, de cinco modelos de heterocedasticidad condicional, teniendo en cuenta ocho distribuciones diferentes de probabilidad estadística. Las series financieras se refieren a él log-retorno del Índice Bovespa y el Índice Industrial Dow Jones en el período entre el 27 de octubre de 2008 y 30 de diciembre de 2014. Las evidencias empíricas muestran que, en general, los modelos competidores tienen una gran homogeneidad para hacer predicciones, tanto para un mercado de valores de un país desarrollado cuanto para un mercado de valores de un país en desarrollo. Un resultado equivalente se puede inferir para las distribuciones de probabilidad estadística utilizadas.

Palabras clave: modelos ARCH. Distribuciones de probabilidad. Capacidad predictiva.

1 INTRODUÇÃO

Em estudos dentro da moderna teoria de finanças, a volatilidade pode ser considerada como um parâmetro para medir o risco, pois demonstra a intensidade e a frequência das oscilações do preço de um determinado ativo dentro de um intervalo de tempo estipulado (DAVIS, 2012). Quanto maior for a volatilidade de um ativo financeiro, maior será considerado o risco, de se ganhar ou de se perder dinheiro, associado a este ativo. Inúmeros modelos de finanças dentro da área de gestão de risco, de alocação de carteiras e de precificação de opções, utilizam a volatilidade como sendo a variável principal (WENNSTRÖM, 2014). Portanto, fica evidente a relevância do estudo da volatilidade dentro do mercado financeiro, uma vez que ela fornece uma medida de exposição ao risco para os investidores, provendo-os de informações complementares para a tomada de decisões importantes.

Embora existam inúmeras pesquisas e trabalhos acadêmicos a respeito da volatilidade, ainda não há um senso comum sobre qual o modelo mais adequado para a sua estimação. Em 1982, Engle demonstrou que algumas séries temporais podem apresentar heterocedasticidade condicional na sua volatilidade, ou seja, podem apresentar uma variância que não é constante no tempo. Esta constatação fez com que surgisse a necessidade de se desenvolver modelos mais precisos sobre a estimação de variâncias. É dentro deste contexto que Engle (1982) propôs uma

nova classe de processos estocásticos, introduzindo o modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH).

Durante as últimas décadas, inúmeros modelos, variantes da família ARCH, têm sido desenvolvidos, estimados e validados tanto de uma perspectiva teórica quanto de uma perspectiva empírica (BERNARDI; CATANIA, 2015). Nesta pesquisa, optou-se por utilizar os seguintes modelos variantes: *The Asymmetric Power ARCH model* (APARCH), *The Component GARCH model* (CGARCH), *The exponential GARCH model* (EGARCH), *The GJR-GARCH model* (GJR-GARCH) e *The GARCH model* (GARCH). Estes modelos, por apresentarem uma estrutura mais complexa, possuem capacidade de exibir características mais peculiares da volatilidade de ativos financeiros e, conseqüentemente, devem apresentar uma capacidade preditiva maior do que a dos modelos mais simplificados.

Observa-se que, dentro do campo de pesquisas sobre séries temporais, é comum a utilização da distribuição de probabilidade Gaussiana, entretanto esta distribuição nem sempre é a mais adequada para as séries temporais financeiras. A distribuição das séries financeiras apresenta caudas mais pesadas do que a distribuição normal e são, em geral, leptocúrticas (MORETTIN, p. 16, 2008). Nota-se, portanto, a importância de se utilizar distribuições de probabilidade estatística diferentes da distribuição Gaussiana para as séries temporais financeiras. Desta forma, nesta pesquisa, optou-se por utilizar as seguintes distribuições de probabilidade estatística para cada modelo concorrente: *Normal Distribution*, *Skew Normal Distribution*, *Student-t Distribution*, *Skew Student-t Distribution*, *Generalized Gaussian Distribution*, *Skew Generalized Distribution*, *Generalized Hyperbolic Distribution* e *The Johnson's Su Distribution*.

Atualmente, devido à disponibilidade de um grande número de modelos e de distribuições de probabilidade estatística, prever o futuro nível de volatilidade de um ativo financeiro está longe de ser trivial e apresenta um desafio ainda maior, avaliar o desempenho de previsão de um determinado modelo (WENNSTRÖM, 2014). Desta forma, na tentativa de contribuir com novos estudos sobre este tema, o objetivo desta pesquisa é comparar a capacidade preditiva dos modelos de heterocedasticidade condicional (APARCH, CGARCH, EGARCH, GJR-GARCH, GARCH), levando em consideração oito distribuições de probabilidade estatística, para as séries de retornos do Índice Bovespa (IBOV) e do Índice Dow Jones Industrial (DJI), no período compreendido entre 27 de outubro de 2008 e 30 de dezembro de 2014.

Estudos referentes à capacidade preditiva de modelos concorrentes possuem como escopo oferecer um modelo que possa ser utilizado para estimar e prever, com o menor erro possível, a volatilidade de ativos financeiros. Entretanto, nesta pesquisa, não se espera que um único modelo seja superior, em termos de capacidade preditiva, a todos os outros modelos concorrentes, pois alguns deles são estatisticamente equivalentes (BERNARDI; CATANIA, 2014). Desta forma, Hansen, Lunde, e Nason (2003), Hansen (2005) e Hansen, Lunde, e Nason (2011), desenvolveram o *Model Confidence Set procedure* (MCS), que consiste em aplicar uma sequência de testes estatísticos que permitem a construção de um conjunto de modelos superiores, denominado *Superior Set Models* (SSM). Os modelos contidos no SSM apresentam as melhores capacidades preditivas entre os modelos concorrentes e, conseqüentemente, podem servir para os fins descritos anteriormente ou para elaborar fórmulas estatísticas que combinem diferentes modelos estimados para obter melhores medidas de previsão de volatilidades ou de preços de ativos financeiros.

Este estudo contribui para a literatura existente em três direções importantes. Primeira, o período analisado refere-se ao início da recuperação do valor de mercado dos índices estudados após um período de grande desvalorização. Segunda, permite a comparação da

capacidade preditiva dos modelos concorrentes entre um mercado acionário de um país desenvolvido com o de um país em desenvolvimento. Terceira, fornece uma importante ferramenta de auxílio para elaborar uma medida mais precisa de exposição ao risco para investidores dos diferentes países.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O preço de um ativo financeiro que possui negociação dentro de um determinado mercado é facilmente observado, entretanto o mesmo não ocorre com a sua volatilidade, que, por sua vez, só pode ser estimada no contexto de um modelo (GOULART et al., 2005). Atualmente, existem inúmeros modelos diferentes que buscam imitar a evolução e as características da volatilidade de ativos financeiros. Esta pesquisa se concentra em comparar a capacidade preditiva dos seguintes modelos de heterocedasticidade condicional: APARCH, CGARCH, EGARCH, GJR-GARCH, GARCH, levando em consideração oito distribuições de probabilidade estatística: *Normal Distribution* (NORM), *Skew Normal Distribution* (SNORM), *Student-t Distribution* (STD), *Skew Student-t Distribution* (SSTD), *Generalized Gaussian Distribution* (GED), *Skew Generalized Distribution* (SGED), *Generalized Hyperbolic Distribution* (GHYP) e *The Johnson's Su Distribution* (JSU). Estes modelos e as distribuições de probabilidade são discutidos sucintamente a seguir.

2.1 Modelos de heterocedasticidade condicional univariados

O modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH), introduzido por Engle (1982), foi o primeiro a fornecer um caminho para modelar a heterocedasticidade condicional na volatilidade, dando início a uma nova classe de modelos que considera a variância condicional um processo estocástico condicionado aos erros de previsão observados no passado. Embora o modelo ARCH seja simples e intuitivo, ele apresenta um inconveniente. A volatilidade da série temporal possui uma grande persistência, o que requer um grande número de parâmetros para descrever corretamente o seu processo de volatilidade. Portanto, para contornar esta situação, Bollerslev (1986) sugeriu um modelo mais parcimonioso. Este modelo foi chamado de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) e pode ser visto como uma generalização do modelo ARCH por possuir as mesmas propriedades, porém ele propõe que a variância condicional seja função não apenas dos quadrados dos erros passados, mas também dos seus próprios valores passados.

Tanto o modelo ARCH quanto o modelo GARCH possuem a capacidade de modelar a persistência do processo de volatilidade, entretanto estes modelos apresentam como ponto fraco o tratamento simétrico do impacto dos choques positivos e negativos sobre a volatilidade dos ativos financeiros. Contudo, esta lógica nem sempre pode ser considerada verdadeira, pois as inovações podem provocar impactos assimétricos na volatilidade de um ativo financeiro (WENNSTRÖM, 2014). Portanto, Nelson (1991) propôs a primeira extensão do modelo GARCH, denominada *Exponential GARCH* (EGARCH), que foi capaz de permitir e mensurar estes efeitos assimétricos nos retornos dos ativos. Este modelo, ainda possui uma vantagem adicional, ele permite que os seus coeficientes estimados sejam negativos, pois utiliza em sua fórmula uma especificação logarítmica, impedindo que a variância seja negativa (BUENO, p. 238, 2011).

Como um caminho alternativo, Glosten, Jaganathan e Runkle (1993) propuseram o modelo GJR-GARCH. Este modelo, assim como o modelo EGARCH, também utiliza uma função não-linear para modelar o processo de volatilidade com o intuito de capturar os efeitos assimétricos dos choques positivos e negativos das séries financeiras.

As propriedades deste modelo são bem semelhantes às do modelo EGARCH, portanto é uma tarefa bem difícil comparar e distinguir a capacidade destes dois modelos (WENNSTRÖM, 2014).

Ding, Granger e Engle (1993) apresentaram um modelo mais geral, mais flexível, capaz de produzir, com algumas restrições, as principais características dos modelos sugeridos anteriormente. Este modelo foi denominado *The Asymmetric Power ARCH model* (APARCH). O interessante deste modelo é que ele captura um processo de memória longa nas séries de retorno financeiro por meio da liberdade dada ao coeficiente exponencial da sua equação (BUENO, p. 238, 2011). Ainda na década de 1990, Lee e Engle (1993) propuseram o modelo denominado *The Component GARCH model* (CGARCH) que decompõe a variância condicional em um componente permanente e outro transitório, de modo a investigar os componentes de longo e de curto prazo da volatilidade da série financeira.

2.2 Distribuições de probabilidade estatística

Uma suposição muito utilizada, porém restritiva, é a de que, para os modelos da família ARCH, os termos de erro sejam uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média μ e variância σ^2 , isto é, na prática, usualmente supõe-se que os termos de erro seguem uma *Normal Distribution*, ou uma *Student-t Distribution*, ou uma distribuição alternativa que descreva melhor as caudas pesadas das séries temporais financeiras (MORETTIN, p. 123, 2008). Nesta seção, discute-se, sucintamente, as diferentes distribuições de probabilidade estatísticas que serão utilizadas nos modelos concorrentes.

Normalmente, pode-se resumir uma distribuição de probabilidade estatística a partir de suas características, conhecidas como momentos da distribuição. A distribuição estatística mais conhecida é a Gaussiana, isto é, a *Normal Distribution*, que pode ser descrita pelos seus dois primeiros momentos, ou seja, pela sua média e pela sua variância. Neste caso, a média determina a posição da curva em relação à origem e a variância determina a dispersão da curva da distribuição (SARTORIS, p. 106, 2013). As características da *Student-t Distribution* são semelhantes às da distribuição Gaussiana, porém possuem caudas mais pesadas, possibilitando a utilização de valores mais extremos. Contudo, quanto maior for o grau de liberdade mais próxima a *Student-t Distribution* será da *Normal Distribution* (GUJARATI, p. 717, 2006).

Quando se estudam séries financeiras, deve-se analisar momentos de ordem superior das funções de densidade de probabilidade. Portanto, uma outra alternativa é a *Generalized Gaussian Distribution*, que pertence a uma família exponencial, em que a sua densidade condicional é definida por três momentos: a sua média, a sua variância e o seu grau de assimetria. Giller (2005), examina em detalhes este tipo de distribuição de erro.

A *Johnson's Su Distribution* foi desenvolvida por Johnson (1949) e possui um sistema flexível de distribuição que consegue transformar uma variável aleatória contínua em um padrão normal de variável. A distribuição de Johnson (1949) utiliza, além dos três momentos citados na *Generalized Gaussian Distribution*, um quarto momento, que determina a curtose, ou seja, o grau de elevação ou achatamento da distribuição. Já a *Generalized Hyperbolic Distribution* foi introduzida por Barndorff (1977) e possui, além desses quatro momentos citados, um quinto momento, que leva em consideração a forma da distribuição de probabilidade.

Observa-se que cada distribuição de erro possui uma característica específica na sua função de densidade, portanto estimar os modelos concorrentes com distribuições alternativas possibilita que o termo de erro gerado por eles possa assumir um comportamento distinto do

previsto pela distribuição Gaussiana, permitindo um resultado mais preciso da capacidade preditiva dos modelos.

2.3 Estudos empíricos anteriores

Estudos empíricos sobre a capacidade preditiva de modelos da família ARCH, vêm crescendo dentro do campo acadêmico e profissional. Uma das razões para este crescimento vem do fato de que estes modelos se tornaram instrumentos extremamente úteis para pesquisadores e profissionais que trabalham com a exposição ao risco no mercado financeiro, uma vez que funcionam como uma ferramenta poderosa e flexível para modelar a volatilidade condicional de séries financeiras. No Quadro 1, apresenta-se uma síntese de trabalhos publicados sobre capacidade preditiva de séries financeiras. Logo em seguida, apresenta-se uma sucinta explicação destes trabalhos, que serviram como referencial para o desenvolvimento desta pesquisa.

Quadro 1 – Síntese de trabalhos publicados sobre capacidade preditiva de séries financeiras temporais que serviram como referencial para o desenvolvimento desta pesquisa.

Autores	Séries financeiras	Período	Modelos	D.P.E.	Principais resultados
Goulart, Amaral, Bertucci e Bressan (2005)	Taxas de câmbio praticadas no mercado interbancário brasileiro	20/08/2001 a 30/09/2003	EWMA, GARCH, EGARCH e TARCH	NORM	O modelo TARCH (1,1) apresentou o melhor desempenho preditivo.
Wennström (2014)	OMX Stockholm 30, OMX Copenhagen 20 e OMX Helsinki 25	02/01/2002 a 15/04/2014	MA, MA exponencial, ARCH, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH	NORM e STD	Não existe um modelo único de volatilidade que seja preferido com base em todas as funções de perda utilizadas.
Catania e Bernardi (2015)	Ásia/Pacífico 600, América do Norte 600, Europa 600 e Global 1800	31/12/1991 a 24/07/2014	APARCH, AVGARCH, CGARCH, EGARCH, GARCH, GAS, GJR-GARCH, NGARCH e TGARCH	NORM e STD	Os modelos de volatilidade não-lineares oferecem melhores previsões para os países europeus em relação a outras regiões.
Ceretta, Barba, Vieira e Casarin (2011)	Ibovespa	15/06/2009 a 27/08/2009	APARCH	NORM, SNORM, STD, SSTD, GED e SGED	A distribuição que melhor se ajustou aos dados para fora da amostra foi a distribuição normal.

D.P.E.: Distribuições de Probabilidade Estatística.

Fonte: elaboração dos autores.

Em 2005, Goulart et al. apresentaram um estudo comparativo da capacidade preditiva dos modelos: EWMA¹, GARCH (1,1), EGARCH (1,1) e TARCH² (1,1), quando utilizados para prever a volatilidade das taxas de câmbio praticadas no mercado interbancário brasileiro, no período de 20 de agosto de 2001 a 30 de setembro de 2003. Entretanto, neste estudo, os autores

¹ Exponentially Weighted Moving Averages.

² Threshold ARCH.

não levaram em conta diferentes distribuições de probabilidade estatística para os modelos concorrentes. Os resultados encontrados demonstraram que o modelo TAR(1,1) apresentou o melhor desempenho preditivo para o período, acompanhado de perto pelo modelo EGARCH(1,1), seguindo-se o modelo GARCH(1,1) e, por último, o modelo EWMA.

Em 2014, Wennström comparou os modelos de volatilidade em termos de ajuste dentro da amostra e, também, examinou os seus desempenhos de previsões para fora da amostra. Os modelos utilizados foram: Média móvel simples, Média móvel exponencialmente ponderada, ARCH, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH. Como conjunto de dados, foram utilizados três índices nórdicos de ações: OMX Stockholm 30 (OMXS30), OMX Copenhagen 20 (OMXC20) e OMX Helsinki 25 (OMXH25), no período de 02 de janeiro de 2002 a 15 de abril de 2014. O autor utilizou duas distribuições de probabilidade estatística: *Normal* e *Student-t*, e quatro diferentes funções de perda. Quanto à conclusão da capacidade preditiva dos modelos concorrentes, o resultado foi inconclusivo, pois, segundo Wennström (2014), não existe um modelo único de volatilidade que seja preferido com base em todas as funções de perda utilizadas.

Em 2015, Bernardi e Catania, compararam a capacidade preditiva de modelos da família ARCH com modelos *Generalised Autoregressive Score* (GAS), utilizando duas distribuições distintas: distribuição normal e a distribuição *t-student*. As séries financeiras correspondem a quatro principais índices mundiais de mercado de ações: Ásia / Pacífico 600 (SXP1E), a América do Norte 600 (SXA1E), a Europa 600 (SXXP) e Global 1800 (SXW1E). O horizonte temporal para estas séries foi de 23 anos, correspondendo ao período entre 31 de dezembro de 1991 e 24 julho de 2014. Os resultados empíricos sugeriram que, após a crise financeira global de 2007 a 2008, os modelos de volatilidade não lineares forneceram melhores previsões para os países europeus, em contradição com as outras regiões estudadas.

Em 2011, Ceretta et al. realizaram um estudo buscando investigar como a especificação da distribuição de probabilidade estatística influencia a performance de previsão da volatilidade para dados intradiários do índice bovespa, no período entre 15 de junho de 2009 e 27 de outubro de 2009, usando um modelo APARCH. Para isto, utilizaram seis distribuições diferentes: distribuição normal, distribuição normal assimétrica, distribuição *t-student*, distribuição *t-student* assimétrica, distribuição generalizada e distribuição generalizada assimétrica. Os resultados, encontrados pelos autores, mostraram que a distribuição que melhor se ajustou aos dados para fora da amostra foi a distribuição normal.

3 MÉTODO E BASE DE DADOS

O objetivo desta pesquisa é comparar a capacidade de previsão de cinco modelos de volatilidade, que foram discutidos na seção anterior, para as séries de retorno do índice Bovespa (IBOV) e do Índice Dow Jones Industrial (DJI). Os dados destas séries temporais foram coletados no sítio do Yahoo³ e correspondem a informações diárias, no período compreendido entre 27 de outubro de 2008 e 30 de dezembro de 2014, do preço de fechamento, em pontos, de cada série. A escolha destas séries financeiras teve como propósito estudar e comparar o comportamento dos modelos concorrentes dentro de um mercado acionário de um país desenvolvido, representado pelos Estados Unidos, e de um país em desenvolvimento, representado pelo Brasil.

O período analisado compreende 1.531 observações para a série do IBOV e 1.555 observações para a série do DJI. A diferença do número de observações entre as séries se explica pela divergência, entre os países, de dias em que não houve negociação. A escolha deste período

³ Disponível em <<http://finance.yahoo.com/>>.

se deve ao fato de que no dia 27 de outubro de 2008 o IBOV apresentou o menor valor, em pontos, após a crise financeira de 2008, conhecida como crise do *subprime*. Logo após este dia, o índice deu início a uma trajetória ascendente de valor, representando uma quebra estrutural no tempo, estabelecendo uma nova tendência de curto prazo, ou até mesmo de longo prazo. Percebe-se um comportamento semelhante do DJI, entretanto a sua trajetória ascendente de valor iniciou-se a partir do dia 09 de março de 2009.

Outro ponto a destacar é o de que as séries temporais financeiras podem possuir propriedades estatísticas comuns a outras séries temporais, como, por exemplo, tendências, sazonalidades, pontos influentes e não-linearidade (MORETTIN, p. 15, 2008). Em vista disto, com o intuito de minimizar ou até mesmo eliminar algumas destas características, serão utilizados os retornos diários, em logarítmico, das séries temporais financeiras citadas, que são definidos pela seguinte expressão matemática:

$$\text{Retorno diário} = (\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})) \times 100. \quad (1)$$

Em que P_t representa o preço de fechamento em pontos da série financeira no tempo t .

Nesta pesquisa, com a finalidade de obter retornos mais efetivos para as séries, foi adotado o procedimento denominado *trade-to-trade*, proposto por Maynes e Rumsey (1993). Esta técnica divide o logarítmico do retorno diário pela raiz quadrada do intervalo de dias entre a negociação do dia t e a negociação do dia $t+1$, visando desprezar os dias em que não houve negociações dentro da série financeira.

3.1 Método para comparar a capacidade preditiva de modelos concorrentes

O período observado para as séries se divide em duas partes: a primeira refere-se ao período denominado dentro da amostra, em que os parâmetros dos modelos concorrentes são estimados; e a segunda refere-se ao período denominado fora da amostra, em que as previsões dos modelos concorrentes são realizadas e avaliadas. Nesta pesquisa, utilizaram-se duas estimativas de previsão para cada modelo e para cada série temporal: a primeira realizou previsões para 50 passos à frente com reajuste a cada um passo; e a segunda realizou previsões para 200 passos à frente com reajuste a cada um passo. O intuito de realizar estas duas estimativas é verificar a robustez dos resultados encontrados com a modificação do horizonte temporal.

Após a divisão da amostra, o processo de avaliação da previsão para fora da amostra se inicia com os seguintes passos: (a) estimar os parâmetros do modelo no subconjunto dentro da amostra e realizar a previsão para um passo à frente; logo após, (b) calcular seu erro de previsão através de uma determinada função de perda; e, por fim, (c) aumentar o período dentro da amostra em uma observação e recomeçar o processo no passo (a). Este procedimento é repetido até que se chegue na última observação disponível da série financeira.

Uma vez que todas as previsões foram computadas para todos os passos à frente, é possível realizar uma comparação da capacidade preditiva dos modelos concorrentes estudados através do *Model Confidence Set procedure* (MCS). Este procedimento, desenvolvido por Hansen, Lunde e Nason (2003), Hansen (2005) e Hansen, Lunde e Nason (2011), consiste em construir um conjunto de modelos superiores, denominado *Superior Set Models* (SSM), através da aplicação de uma sequência de testes estatísticos. Neste conjunto, a hipótese nula de igual capacidade preditiva não é rejeitada a um determinado nível de significância, portanto todos os modelos contidos no conjunto possuem, estatisticamente, um poder semelhante de previsão. Para realização desta técnica utiliza-se uma função de perda que, geralmente, satisfaz as

condições de estacionaridade fraca (BERNARDI; CATANIA, 2015). Esta pesquisa utiliza-se da função de perda VaR assimétrica, proposta por González, Lee e Mishra (2004), descrita a seguir:

$$\ell(y_t, VaR_t^\tau) = (\tau - d_t^\tau)(y_t - VaR_t^\tau). \quad (2)$$

Onde y_t representa a observação no tempo t , VaR_t^τ expõe a previsão do VaR com τ -level no tempo t , dada a informação até o tempo $t-1$, e $d_t^\tau = \mathbb{I}(y_t < VaR_t^\tau)$ exibe a função de perda no τ -quantil.

O processo de implementação do procedimento MCS se inicia com um conjunto M^0 de modelos concorrentes e termina disponibilizando, a um dado nível de significância, que nesta pesquisa será de 1%, um conjunto menor de modelos, denominado SSM e expresso por $M_{1-\alpha}^*$. Este novo conjunto de modelos contém todos os modelos que possuem uma capacidade preditiva superior de acordo com a função de perda utilizada. Para comparar os modelos, utiliza-se a diferença da função de perda entre dois modelos concorrentes i e j :

$$d_{ij,t} = \ell_{i,t} - \ell_{j,t}, \quad i, j = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, n., \quad (3)$$

E a perda média do modelo i em relação a qualquer outro modelo j no momento t é representada por:

$$d_{i,t} = (m - 1)^{-1} \sum_{j \in M \setminus \{i\}} d_{ij,t}, \quad i = 1, \dots, m., \quad (4)$$

A hipótese de igual capacidade preditiva dos modelos para um dado conjunto M de modelos pode ser formulada de duas maneiras diferentes:

$$H_{0,M} : c_{ij} = 0, \quad \text{para todos } i, j = 1, \dots, m. \quad (5)$$

$$H_{1,M} : c_{ij} \neq 0, \quad \text{para algum } i, j = 1, \dots, m.,$$

Ou

$$H_{0,M} : c_{i.} = 0, \quad \text{para todos } i, j = 1, \dots, m. \quad (6)$$

$$H_{1,M} : c_{i.} \neq 0, \quad \text{para algum } i, j = 1, \dots, m.,$$

Onde, $c_{ij} = E(d_{ij})$ e $c_{i.} = E(d_{i.})$ assumem ser finitos e independentes do tempo. Para testar as hipóteses descritas, Hansen, Lunde e Nason (2011) propuseram os seguintes testes estatísticos:

$$t_{ij} = \frac{\bar{d}_{ij}}{\sqrt{\widehat{var}(\bar{d}_{ij})}} \quad (7)$$

$$t_{i.} = \frac{\bar{d}_{i.}}{\sqrt{\widehat{var}(\bar{d}_{i.})}} \quad (8)$$

Para $i, j \in M$, onde $\bar{d}_{i.} = (m - 1)^{-1} \sum_{j \in M \setminus \{i\}} \bar{d}_{ij}$ é a perda média do i -ésimo modelo em relação as perdas médias de todos os modelos pertencentes ao conjunto M , e $\bar{d}_{ij} = m^{-1} \sum_{t=1}^m d_{ij,t}$ mede a perda relativa média entre os modelos i e j . As variâncias $\widehat{var}(\bar{d}_{i.})$ e $\widehat{var}(\bar{d}_{ij})$ são estimativas, respectivamente, de $var(\bar{d}_{i.})$ e $var(\bar{d}_{ij})$ pelo método de *bootstrap*. Deste modo, as estatísticas representadas pelas equações 7 e 8 são utilizadas para comparar duas previsões. Como proposto por Hansen, Lunde e Nason (2011), as duas hipóteses de igual capacidade preditiva podem ser testadas através de dois testes estatísticos:

$$T_{R,M} = \max_{i,j \in M} |T_{ij}| \quad e \quad T_{max,M} = \max_{i \in M} t_{i.} \quad (9)$$

Uma vez que as distribuições assintóticas dos dois testes são não-padronizadas, as distribuições relevantes sob a hipótese nula é estimada usando um procedimento de *bootstrap* similar ao utilizado para estimar $var(\bar{d}_{i.})$ e $var(\bar{d}_{ij})$.

Percebe-se que o procedimento MCS consiste em uma sequência de procedimentos de testes que elimina a cada passo o pior modelo, até que a hipótese nula, de igual capacidade preditiva, seja aceita para todos os modelos pertencentes ao *Superior Set Models* (SSM).

4 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

Nesta seção, as evidências empíricas da performance de previsão dos modelos concorrentes para as séries do IBOV e do DJI são examinadas em detalhes. Inicia-se, expondo, através da Figura 1, a evolução do valor, em pontos, dos índices estudados, juntamente com as suas respectivas séries de log-retorno. Nota-se que, após o dia 27 de outubro de 2008, em que se inicia o período estudado neste trabalho, a série do IBOV apresenta uma trajetória ascendente de valor, estabelecendo uma nova tendência de curto prazo. A mesma evidência é constatada na série do DJI, porém a sua trajetória ascendente de valor teve início no dia 09 de março de 2009.

Quando se analisa a evolução da nova tendência formada, percebe-se que a série do IBOV teve uma valorização expressiva no ano de 2009, representando um aumento total de 70,4% no ano. Contudo, nos anos subsequentes, o índice não consegue manter este crescimento e apresenta uma tendência decrescente de valor. Embora o IBOV tenha expressado uma desvalorização nos últimos quatro anos estudados, o seu valor, em pontos, até o final do período, 30 de dezembro de 2014, permanece superior ao valor apurado no início do período analisado, mostrando que a tendência ascendente formada em 2008 continua válida. Em relação a série do DJI percebe-se um comportamento, em partes, diferente da série do IBOV. A sua tendência ascendente se mostra mais consistente ao longo do período estudado, exibindo valores cada vez mais elevados com a evolução do tempo.

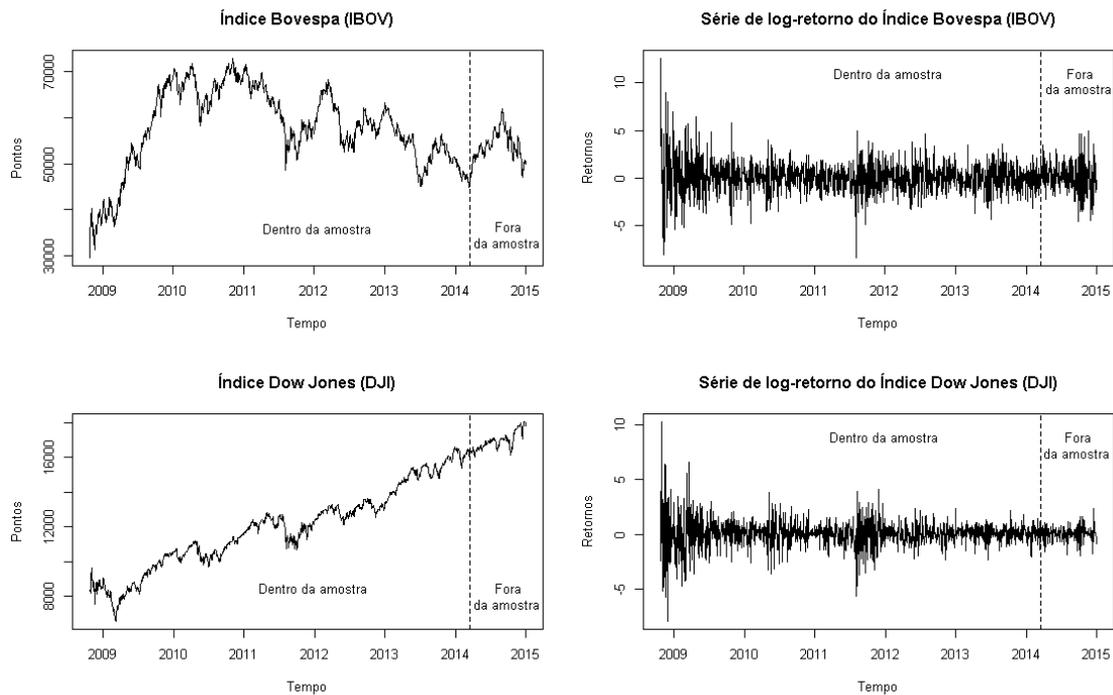


Figura 1 – Evolução do valor, em pontos, do índice Bovespa e do índice Dow Jones Industrial, juntamente com as suas respectivas séries de log-retorno. A linha vertical pontilhada diferencia o período dentro da amostra (lado esquerdo) do período fora da amostra (lado direito) para 200 passos à frente.

Fonte: elaboração dos autores.

As estatísticas descritivas das séries são apresentadas na Tabela 1. Como esperado, percebe-se que todas as séries possuem evidências de não-normalidade, principalmente por possuírem excesso de curtose e por serem assimétricas. Este resultado demonstra que, em geral, as séries possuem caudas mais pesadas do que a distribuição normal e são leptocúrticas. Além disso, o teste *Jarque-Bera* rejeita a hipótese nula de normalidade para quase todas as séries financeiras, com exceção de alguns períodos para fora da amostra. Entende-se que a aceitação da normalidade para estes períodos para fora da amostra ocorre pelo fato de que eles possuem um número muito pequeno de observações. Em 2012, Torman observou que quando as amostras são pequenas, o teste de normalidade de *Jarque-Bera* possui uma baixa performance, apresentando um baixo percentual de acertos.

Quando se trabalha com modelagem de séries temporais, precisa-se analisar se elas são estacionárias, pois, caso não sejam, torna-se impossível realizar inferências estatísticas sobre elas. Portanto, com o intuito de verificar se as séries de log-retorno dos índices possuem estacionariedade, neste trabalho, aplicou-se o teste *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), desenvolvido por Dickey e Fuller (1979), e, também, o teste *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS), desenvolvido por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992). Os resultados destes dois testes mostraram que as séries de log-retorno dos índices são estacionárias a 1% de significância, ou seja, não possuem raiz unitária.

Tabela 1 – Estatísticas descritivas para as séries de log-retorno, dos índices estudados, no período compreendido entre 27 de outubro de 2008 e 30 de dezembro de 2014.

Séries de Log- Retorno	50 passos à frente		200 passos à frente	
	Dentro da amostra	Fora da amostra	Dentro da amostra	Fora da amostra
IBOV				
Observações	1481	50	1331	200
Média	0,031	-0,053	0,027	0,040
Mediana	0,024	-0,305	0,026	-0,032
Máximo	12,598	4,898	12,598	4,898
Mínimo	-8,067	-3,800	-8,067	-3,800
Desvio Padrão	1,475	1,945	1,498	1,455
Assimetria	0,385	0,483	0,415	0,206
Excesso de Curtose	8,605	3,018	8,817	3,710
Jarque-Bera	1.975,100	1,946	1.914,800	5,618
DJI				
Observações	1505	50	1355	200
Média	0,045	0,169	0,050	0,042
Mediana	0,056	0,082	0,052	0,066
Máximo	10,326	2,398	10,326	2,398
Mínimo	-5,725	-1,809	-5,725	-1,991
Desvio Padrão	1,102	0,720	1,144	0,639
Assimetria	0,323	0,262	0,321	-0,219
Excesso de Curtose	12,828	4,916	12,235	4,819
Jarque-Bera	6.083,300	8,218	4.838,200	29,168

Fonte: elaboração dos autores.

Uma vez que os comportamentos das séries dos índices financeiros foram analisados, inicia-se o processo descrito na seção 3 para obter os SSMs. As Tabelas 2 e 3 apresentam a composição do SSM para as séries de log-retorno dos índices IBOV e DJI, respectivamente, para 50 passos à frente, com reajuste a cada um passo. Os resultados encontrados pelos SSMs diferem tanto para o número de modelos eliminados quanto para a composição do ranking que representa os modelos com os menores valores para a função de perda.

Tabela 2 - Superior Set Models para a série de log-retorno do Índice Bovespa, utilizando 50 passos à frente com reajuste a cada um passo.

Modelos	Rank_{R,M}	t_{ij}	p-value_{R,M}	Rank_{max,M}	t_i	p-value_{max,M}	Loss x 10³
<i>IBOV: 20 modelos eliminados</i>							
eGARCH-norm	1	-1,9953	1,0000	1	-0,4916	1,0000	0,4575
apARCH-ghyp	2	-1,2832	1,0000	2	0,4922	1,0000	0,4609
eGARCH-snorm	3	-1,1950	1,0000	3	0,5531	1,0000	0,4613
apARCH-sstd	4	-1,1216	1,0000	4	0,6039	1,0000	0,4616
GARCH-std	5	-0,7887	1,0000	5	0,8326	1,0000	0,4632
apARCH-jsu	6	-0,7257	1,0000	6	0,8775	1,0000	0,4635
apARCH-sged	7	-0,5010	1,0000	7	1,0328	1,0000	0,4645
cGARCH-norm	8	-0,3742	1,0000	8	1,1202	1,0000	0,4651
GARCH-ged	9	-0,3330	1,0000	9	1,1468	1,0000	0,4653
cGARCH-snorm	10	-0,1533	1,0000	10	1,2723	1,0000	0,4661
apARCH-std	11	-0,1178	1,0000	11	1,2976	1,0000	0,4663
apARCH-ged	12	-0,0299	1,0000	12	1,3584	1,0000	0,4667
gjrGARCH-std	13	0,4779	1,0000	13	1,7084	1,0000	0,4691
GARCH-sged	14	0,8970	1,0000	14	1,9947	1,0000	0,4710
gjrGARCH-ged	15	0,9551	1,0000	15	2,0379	1,0000	0,4713
gjrGARCH-norm	16	1,0963	1,0000	16	2,1372	1,0000	0,4719
GARCH-sstd	17	1,1261	1,0000	17	2,1525	1,0000	0,4721
gjrGARCH-snorm	18	1,2068	1,0000	18	2,2136	1,0000	0,4725
GARCH-ghyp	19	1,3124	1,0000	19	2,2809	1,0000	0,4729
GARCH-jsu	20	1,5454	1,0000	20	2,4415	0,0224	0,4740

Fonte: elaboração dos autores.

Tabela 3 - Superior Set Models para a série de log-retorno do Índice Dow Jones Industrial, utilizando 50 passos à frente com reajuste a cada um passo.

Modelos	Rank _{R,M}	t _{ij}	p-value _{R,M}	Rank _{max,M}	t _i	p-value _{max,M}	Loss x 10 ³
<i>DJI: 4 modelos eliminados</i>							
apARCH-jsu	1	-1,9757	1,0000	1	-0,0534	1,0000	0,2487
apARCH-sstd	2	-1,8980	1,0000	2	0,0534	1,0000	0,2498
apARCH-ghyp	3	-1,7599	1,0000	3	0,1505	1,0000	0,2519
apARCH-std	4	-1,6170	1,0000	4	0,2488	1,0000	0,2539
apARCH-sged	5	-1,3752	1,0000	5	0,4177	1,0000	0,2575
apARCH-ged	6	-1,3008	1,0000	6	0,4690	1,0000	0,2585
apARCH-snorm	7	-0,9579	1,0000	7	0,7075	1,0000	0,2635
gjrGARCH-ghyp	8	-0,6982	1,0000	9	0,8956	1,0000	0,2673
gjrGARCH-jsu	9	-0,6916	1,0000	8	0,8940	1,0000	0,2674
apARCH-norm	10	-0,6617	1,0000	10	0,9164	1,0000	0,2678
gjrGARCH-sged	11	-0,6203	1,0000	11	0,9438	1,0000	0,2684
gjrGARCH-ged	12	-0,6131	1,0000	12	0,9475	1,0000	0,2685
gjrGARCH-sstd	13	-0,5994	1,0000	13	0,9576	1,0000	0,2687
gjrGARCH-std	14	-0,4769	1,0000	14	1,0430	1,0000	0,2705
gjrGARCH-snorm	15	-0,4294	1,0000	15	1,0747	1,0000	0,2712
gjrGARCH-norm	16	-0,3633	1,0000	16	1,1223	1,0000	0,2722
eGARCH-ged	17	0,3485	1,0000	17	1,6158	1,0000	0,2825
eGARCH-ghyp	18	0,4697	1,0000	18	1,7065	1,0000	0,2843
eGARCH-sged	19	0,4779	1,0000	19	1,7071	1,0000	0,2844
eGARCH-std	20	0,4974	1,0000	20	1,7194	1,0000	0,2847
eGARCH-jsu	21	0,5173	1,0000	22	1,7478	1,0000	0,2850
eGARCH-snorm	22	0,5354	1,0000	21	1,7453	1,0000	0,2853
eGARCH-sstd	23	0,5577	1,0000	23	1,7632	1,0000	0,2856
GARCH-sged	24	0,5754	1,0000	24	1,7890	1,0000	0,2858
GARCH-ghyp	25	0,6725	1,0000	25	1,8442	1,0000	0,2873
cGARCH-std	26	0,6750	1,0000	26	1,8532	1,0000	0,2873
GARCH-jsu	27	0,7183	1,0000	27	1,8805	1,0000	0,2879
GARCH-sstd	28	0,7459	1,0000	28	1,8942	1,0000	0,2883
cGARCH-sstd	29	0,8064	1,0000	29	1,9378	1,0000	0,2892
GARCH-ged	30	0,8385	1,0000	30	1,9588	1,0000	0,2897
GARCH-std	31	0,9544	1,0000	31	2,0381	1,0000	0,2913
cGARCH-jsu	32	1,0373	1,0000	32	2,0959	1,0000	0,2926
cGARCH-ged	33	1,3408	1,0000	33	2,3181	0,9970	0,2970
eGARCH-norm	34	1,3972	1,0000	34	2,3468	0,7980	0,2978
cGARCH-ghyp	35	1,4062	1,0000	35	2,3520	0,3930	0,2979
cGARCH-sged	36	1,4638	1,0000	36	2,3941	0,0040	0,2988

Fonte: elaboração dos autores.

O número de modelos eliminados para as séries IBOV e DJI foram, respectivamente, 20 e 4. Observa-se uma grande divergência neste resultado entre as séries. No caso do IBOV,

em que a metade dos modelos concorrentes foram eliminados, os resultados demonstraram que existe uma grande heterogeneidade das previsões dos modelos concorrentes. Já no caso do DJI, os resultados evidenciaram que a grande parte dos modelos concorrentes possui uma equivalência estatística para realizar previsões sobre índice. A evidência encontrada no SSM da série do índice DJI sugere que os modelos mais simples, como o modelo GARCH, possuem uma capacidade de previsão equivalente aos modelos mais complexos, que exibem características mais peculiares da volatilidade das séries financeiras, como, por exemplo, o modelo CGARCH.

Uma conclusão equivalente depreende-se da análise das distribuições de probabilidade estatística. Observa-se que, embora as distribuições de probabilidade estatística possuam características específicas em relação a sua função de densidade, os resultados encontrados pelos SSMs, tanto do IBOV quanto do DJI, não demonstraram superioridade estatística para uma determinada distribuição específica, ou seja, as distribuições de probabilidade se mostraram estatisticamente equivalentes, quando se deseja utilizá-las em um dos modelos concorrentes.

A composição do ranking que representa os modelos com os menores valores para a função de perda, também difere entre as séries temporais estudadas. Embora os modelos concorrentes não sejam estatisticamente diferentes, percebe-se que o modelo APARCH se sobressaiu com a menor função de perda para a série do DJI, ocupando as sete primeiras posições do ranking, distinguindo-se apenas pelas distribuições de probabilidade estatística. Já na série do IBOV o modelo APARCH divide as primeiras posições com o modelo EGARCH, mas o seu desempenho não chega a se destacar como ocorreu no DJI.

Tendo como intuito verificar a robustez dos resultados encontrados, este trabalho modificou o horizonte temporal e estimou o SSM para 200 passos à frente, com reajuste a cada passo, para as séries de log-retorno dos índices estudados. Os resultados, desta estimação, encontram-se expostos nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4 - Superior Set Models para a série de log-retorno do Índice Bovespa, utilizando 200 passos à frente com reajuste a cada um passo.

Modelos	Rank _{R,M}	t _{ij}	p-value _{R,M}	Rank _{max,M}	t _i	p-value _{max,M}	Loss x 10 ³
<i>IBOV: 3 modelos eliminados</i>							
eGARCH-norm	1	-1,9569	1,0000	1	-0,1928	1,0000	0,3279
eGARCH-snorm	2	-1,6840	1,0000	2	0,1946	1,0000	0,3307
gjrGARCH-norm	3	-1,5020	1,0000	3	0,3169	1,0000	0,3325
cGARCH-norm	4	-1,4788	1,0000	4	0,3361	1,0000	0,3328
gjrGARCH-snorm	5	-1,4400	1,0000	5	0,3646	1,0000	0,3332
cGARCH-snorm	6	-1,3174	1,0000	6	0,4439	1,0000	0,3344
gjrGARCH-std	7	-0,8020	1,0000	7	0,8091	1,0000	0,3397
apARCH-ged	8	-0,6722	1,0000	8	0,9135	1,0000	0,3410
apARCH-std	9	-0,6079	1,0000	9	0,9548	1,0000	0,3416
apARCH-norm	11	-0,5773	1,0000	10	0,9582	1,0000	0,3419
apARCH-sged	10	-0,5777	1,0000	11	0,9596	1,0000	0,3419
apARCH-ghyp	12	-0,5660	1,0000	13	0,9669	1,0000	0,3421
apARCH-sstd	13	-0,5627	1,0000	12	0,9640	1,0000	0,3421
gjrGARCH-ged	14	-0,5523	1,0000	15	1,0003	1,0000	0,3422
apARCH-snorm	15	-0,5189	1,0000	14	0,9984	1,0000	0,3425
apARCH-jsu	16	-0,4815	1,0000	16	1,0318	1,0000	0,3429
GARCH-norm	17	-0,0919	1,0000	17	1,2976	1,0000	0,3469
GARCH-snorm	18	-0,0162	1,0000	18	1,3477	1,0000	0,3476
GARCH-std	19	0,0423	1,0000	19	1,4120	1,0000	0,3482
gjrGARCH-sstd	20	0,0921	1,0000	20	1,4179	1,0000	0,3487
gjrGARCH-sged	21	0,1921	1,0000	21	1,4851	1,0000	0,3497
gjrGARCH-jsu	22	0,2833	1,0000	22	1,5664	1,0000	0,3507
GARCH-ged	23	0,2899	1,0000	23	1,5924	1,0000	0,3507
eGARCH-std	24	0,3583	1,0000	24	1,6072	1,0000	0,3514
gjrGARCH-ghyp	25	0,3825	1,0000	25	1,6251	1,0000	0,3517
eGARCH-ged	26	0,5867	1,0000	26	1,7874	1,0000	0,3537
cGARCH-ged	27	0,6919	1,0000	27	1,8522	1,0000	0,3548
GARCH-ghyp	28	0,7271	1,0000	28	1,8601	1,0000	0,3552
GARCH-sstd	29	0,7807	1,0000	29	1,8875	1,0000	0,3557
GARCH-sged	30	0,8148	1,0000	30	1,9254	1,0000	0,3560
GARCH-jsu	31	0,9636	1,0000	31	2,0344	1,0000	0,3576
cGARCH-std	32	1,1903	1,0000	32	2,2168	1,0000	0,3599
eGARCH-sstd	33	1,4644	1,0000	33	2,3779	1,0000	0,3626
eGARCH-ghyp	34	1,5166	1,0000	35	2,4199	1,0000	0,3632
eGARCH-sged	35	1,5385	1,0000	34	2,4056	1,0000	0,3634
eGARCH-jsu	36	1,7253	1,0000	36	2,5527	0,2790	0,3653
cGARCH-sged	37	1,7623	1,0000	37	2,5760	0,0000	0,3657

Fonte: elaboração dos autores.

Tabela 5 - Superior Set Models para a série de log-retorno do Índice Dow Jones Industrial, utilizando 200 passos à frente com reajuste a cada um passo.

Modelos	Rank _{R,M}	t _{ij}	p-value _{R,M}	Rank _{max,M}	t _i	p-value _{max,M}	Loss x 10 ³
<i>DJI: 5 modelos eliminados</i>							
apARCH-std	1	-2,4671	1,0000	1	-0,2186	1,0000	0,2089
apARCH-sstd	2	-2,1425	1,0000	2	0,2227	1,0000	0,2106
apARCH-jsu	3	-1,8236	1,0000	3	0,4341	1,0000	0,2122
apARCH-ged	4	-1,4837	1,0000	4	0,6998	1,0000	0,2141
apARCH-ghyp	5	-1,4110	1,0000	5	0,7458	1,0000	0,2144
apARCH-sged	6	-1,3899	1,0000	6	0,7502	1,0000	0,2145
eGARCH-sged	7	-0,3272	1,0000	7	1,4652	1,0000	0,2200
eGARCH-ged	8	-0,2986	1,0000	9	1,5298	1,0000	0,2202
eGARCH-ghyp	9	-0,2810	1,0000	10	1,5443	1,0000	0,2203
gjrGARCH-sged	10	-0,2650	1,0000	8	1,5182	1,0000	0,2204
eGARCH-sstd	11	-0,2117	1,0000	11	1,5818	1,0000	0,2206
gjrGARCH-ged	12	-0,1507	1,0000	12	1,6326	1,0000	0,2210
eGARCH-jsu	13	-0,0835	1,0000	13	1,6422	1,0000	0,2213
GARCH-sged	14	-0,0834	1,0000	14	1,6698	1,0000	0,2213
eGARCH-std	15	-0,0116	1,0000	16	1,7319	1,0000	0,2217
gjrGARCH-ghyp	16	0,0084	1,0000	17	1,7474	1,0000	0,2218
cGARCH-std	17	0,0284	1,0000	18	1,7585	1,0000	0,2219
gjrGARCH-sstd	18	0,0426	1,0000	15	1,7179	1,0000	0,2220
gjrGARCH-std	19	0,0635	1,0000	20	1,7831	1,0000	0,2221
eGARCH-snorm	20	0,0678	1,0000	19	1,7801	1,0000	0,2221
GARCH-ged	21	0,2254	1,0000	21	1,8928	1,0000	0,2229
gjrGARCH-jsu	22	0,2570	1,0000	22	1,9222	1,0000	0,2231
GARCH-ghyp	23	0,3572	1,0000	23	1,9399	1,0000	0,2236
GARCH-sstd	25	0,4089	1,0000	25	2,0219	1,0000	0,2239
GARCH-std	24	0,4085	1,0000	24	2,0211	1,0000	0,2239
gjrGARCH-snorm	26	0,5720	1,0000	27	2,1257	1,0000	0,2247
GARCH-jsu	27	0,5993	1,0000	26	2,0929	1,0000	0,2248
cGARCH-sstd	28	0,7029	1,0000	28	2,2305	1,0000	0,2254
cGARCH-ged	29	0,9125	1,0000	29	2,3658	1,0000	0,2265
cGARCH-sged	30	0,9465	1,0000	30	2,3921	1,0000	0,2266
cGARCH-ghyp	31	1,0882	1,0000	31	2,4095	1,0000	0,2274
cGARCH-jsu	32	1,0984	1,0000	32	2,4562	1,0000	0,2274
gjrGARCH-norm	33	1,1594	1,0000	33	2,5406	1,0000	0,2278
eGARCH-norm	34	1,1812	1,0000	34	2,5544	1,0000	0,2279
apARCH-snorm	35	2,3151	0,9258	35	3,3475	0,0712	0,2338

Fonte: elaboração dos autores.

Em análise dos resultados dos SSMs para 200 passos à frente, observa-se que o número de modelos eliminados para as séries IBOV e DJI foi inferior ao número expresso pela estimação para 50 passos à frente, representando, respectivamente, 3 e 5. Estes resultados

demonstram uma maior homogeneidade dos modelos concorrentes na medida em que se ampliam os passos de previsão.

Em relação à composição do ranking que representa os modelos com os menores valores para a função de perda, percebe-se que as classificações dos modelos quase não apresentaram modificações. Na série do IBOV, o modelo EGARCH continua ocupando a primeira posição do ranking, porém o modelo APARCH desta vez só aparece na oitava posição. Percebe-se uma mudança mais expressiva em relação à distribuição de probabilidade estatística adotada pelos modelos concorrentes. Na medida em que se ampliam os passos de previsão, para a série do IBOV, a *Normal Distribution* e a *Skew Normal Distribution* predominam nos modelos concorrentes que representam os menores valores para a função de perda.

Para a série do DJI, observa-se que o modelo predominante nas primeiras posições do ranking continua sendo o modelo APARCH, ocupando as seis primeiras posições. Em relação à distribuição de probabilidade estatística, percebe-se que, ao contrário das evidências encontradas na série IBOV, o SSM não demonstrou uma superioridade estatística para uma determinada distribuição específica. Todavia, a *Normal Distribution* e a *Skew Normal Distribution* não representaram um bom desempenho como o apurado na série do IBOV. Os modelos que utilizaram estas distribuições apresentaram piores posições no ranking. Além de que, os cinco modelos eliminados do SSM referem-se aos modelos que adotaram a *Normal Distribution* e a *Skew Normal Distribution*, evidenciando o mau desempenho destas distribuições para a série do DJI.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora exista um grande número de pesquisas acadêmicas a respeito da volatilidade de séries temporais financeiras, ainda não existe um consenso sobre qual o modelo mais adequado para a sua estimação. Nas últimas décadas, um notável número de modelos, variantes da família ARCH, foram desenvolvidos e testados empiricamente, tornando o processo de escolha de um modelo específico, dispendioso e extremamente complexo. Cada modelo da família ARCH oferece um caminho distinto para modelar a heterocedasticidade condicional na volatilidade de uma série financeira. Alguns modelos utilizam uma estrutura funcional simples, já outros modelos utilizam uma estrutura mais complexa que tenta capturar os principais fatos estilizados, que caracterizam as séries financeiras, de forma mais eficiente.

O processo de escolha de um modelo adequado torna-se ainda mais complicado se o pesquisador considerar as diferentes distribuições de probabilidade estatística que existem para os termos de erro de um determinado modelo. Deste modo, com o intuito de oferecer uma ferramenta de auxílio para que os investidores possam elaborar uma medida mais precisa de exposição ao risco, esta pesquisa buscou comparar a capacidade preditiva dos modelos de heterocedasticidade condicional, levando em consideração diferentes distribuições de probabilidade estatística, para as séries de retornos do Índice Bovespa (IBOV) e do Índice Dow Jones Industrial (DJI).

As evidências encontradas para um horizonte temporal de 50 passos à frente, com reajuste a cada passo, demonstraram que o SSM para a série do IBOV apresentou uma grande heterogeneidade das previsões dos modelos concorrentes. Já no caso do DJI, os resultados evidenciaram que a grande parte dos modelos concorrentes possui uma equivalência estatística para realizar previsões sobre índice. Por outro lado, na medida em que se ampliam os passos de previsão para 200, com reajuste a cada passo, os resultados demonstraram uma maior homogeneidade dos modelos concorrentes para ambas as séries estudadas. Neste caso, modelos mais simples em sua forma estrutural possuem uma capacidade de previsão equivalente aos

modelos mais complexos, que exibem características mais peculiares da volatilidade das séries financeiras.

As constatações realizadas sugerem que não existe um modelo específico que tenha uma capacidade preditiva superior a todos os outros modelos. Em geral, os modelos possuem capacidades de previsão estatisticamente semelhantes tanto para um mercado acionário de um país desenvolvido quanto para um mercado acionário de um país em desenvolvimento. Um resultado equivalente pode ser depreendido para as distribuições de probabilidade estatística.

Deste modo, este trabalho contribui fornecendo uma boa ferramenta de auxílio para que investidores, dos diferentes mercados estudados, tomem decisões sobre a escolha do modelo e da função de probabilidade estatística que serão utilizados no cálculo da medida de exposição ao risco de seus investimentos. As evidências encontradas sugerem que modelos com estruturas funcionais mais complexas são estatisticamente equivalentes aos modelos com estruturas mais simplificadas e, sendo assim, a escolha de modelos com formas estruturais mais complicadas não se justifica.

Ademais, propõe-se que sejam elaborados novos estudos com fórmulas estatísticas que combinem os diferentes modelos estimados para testar se a combinação de modelos resulta em uma medida que disponha de uma capacidade preditiva superior às obtidas neste trabalho pelos modelos de forma individual.

Adicionalmente, destaca-se que as séries temporais financeiras podem apresentar comportamentos bem distintos na sua evolução no tempo, principalmente em períodos de crises financeiras. Para verificar se tais comportamentos afetam a escolha dos modelos de heterocedasticidade condicional, sugere-se que sejam realizados estudos em outros países tanto desenvolvidos quanto emergentes.

REFERÊNCIAS

- BARNDORFF, N. O. E., **Processes of normal inverse Gaussian type**. *Finance & Stochastics*, v. 2, n. 1, 1998, p. 41–68.
- BERNARDI, M; CATANIA, L., **Comparison of Value-at-Risk models: the MCS package**, (submetido), 2015, Pré-impressão: arXiv:1502.04472 [stat.CO], <http://arxiv.org/abs/1502.04472>.
- BERNARDI, M; CATANIA, L., **The Model Confidence Set package for R**, (submetido), 2014, Pré-impressão: arXiv:1410.8504 [stat.CO], <http://arxiv.org/abs/1410.8504>.
- BLACK, F.; SCHOLES, M., **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**. *Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, junho, 1973, p. 637-659.
- BOLLERSLEV, T., **Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity**. *Journal of Econometrics*, v. 31, fevereiro, 1986, p. 307-327.
- BUENO, R., **Econometria de séries temporais**. 1ª Ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- CERETTA, P. S.; BARBA, F. G.; VIEIRA, K. M.; CASARIN, F., **Previsão da Volatilidade Intradiária: Análise das Distribuições Alternativas**. *Revista Brasileira de Finanças*, v.9, n. 2, junho, 2011, p. 209-226.

DAVIS, R., **ARMA-GARCH models applied to Exchange-Traded Funds**. 2012. 75p. Department of Mathematical Sciences. The University of Texas At El Paso, Texas, United States.

DICKEY, D.A.; W.A. FULLER. **Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root**. Journal of the American Statistical Association, v. 74, 1979, p. 427-431.

DING, Z.; GRANGER, C. W. J.; ENGLE, R. F., 1993. **A long memory property of stock Market returns and a new model**. Journal of Empirical Finance, v. 1, fevereiro, 1993, p. 83-106.

ENGLE, R. F., **Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**. Econometrica, v. 50, n. 4, julho, 1982, p. 987-1007.

ENGLE, R. F.; Lee, G. G., **A permanent and transitory component model of stock return volatility**. University of California at San Diego, Economics Working Paper Series, 1993.

GILLER, G. L., **A Generalized Error Distribution**. Giller Investments Research Note, Agosto, 2005.

GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. E., **On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks**. Journal of Finance, v. 48, dezembro, 1993, p. 1779-1801.

GONZÁLEZ, R. G.; LEE, T. H.; MISHRA, S., **Forecasting volatility: A reality check based on option pricing, utility function, value-at-risk, and predictive likelihood**. International Journal of Forecasting, v. 20, n. 4, 2004, p. 629-645.

GOULART, C. P.; AMARAL, H. F.; BERTUCCI, L. A.; BRESSAN, A. A., **Previsão da Volatilidade no Mercado Interbancário de Câmbio**. RAE-Revista de Administração de Empresas, v. 45, n. 0, dezembro, 2005, p. 86-101.

GUJARATI, D. N., **Econometria Básica**. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

HANSEN, P. R., **A Test for Superior Predictive Ability**. Journal of Business & Economic Statistics, v. 23, n. 4, outubro, 2005, p. 365-380.

HANSEN, P. R.; LUNDE, A.; NASON, J. M., **Choosing the best volatility models: The model confidence set approach**. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, v. 65, março, 2003, p. 839-861.

HANSEN, P. R.; LUNDE, A.; NASON, J. M., **The model confidence set**. Econometrica, v. 79, fevereiro, 2011, p. 453-497.

JOHNSON, N. L., **Systems of frequency curves generated by methods of translation**. Biometrika, v. 36, junho, 1949, p. 149-176.

KWIATKOWSKI, D.; P. C. B. PHILLIPS; P. SCHMIDT; Y. SHIN. **Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root**. Journal of Econometrics, v. 54, 1992, p. 159-178, North-Holland.

MAYNES, E.; RUMSEY, J., **Conducting event studies with thinly traded stocks**. Journal of Banking and Finance, v. 17, 1993, p. 145-157.

MERTON, R. C., **Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: the Continuous-Time Case**. The Review of Economics and Statistics, v. 51, n. 3, agosto, 1969, p. 247–257.

MORETTIN, P. A., **Econometria financeira: um curso de séries temporais financeiras**. 1ª Ed. São Paulo: Blucher, 2008.

NELSON, D. B., **Conditional heteroskedasticity in asset return: a new approach**. Econometrica, v. 59, n. 2, março, 1991, p. 347-370.

SARTORIS A., **Estatística e introdução à econometria**. 2ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

TORMAN V. B. L., COSTER, R., RIBOLDI, J., **Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação**. Revista HCPA, v. 32, n. 2, 2012, p. 227-234.

WENNSTRÖM, A., **Volatility Forecasting Performance: Evaluation of GARCH type volatility models on Nordic equity indices**. 2014. Department of Mathematics. Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden.

YAHOO FINANCE, 2015. Disponível em: <<http://finance.yahoo.com/>>. Acesso em: julho. 2015.